

Hobbi Elektronika



		y	
		0	1
x	0	0	0
	1	0	1

		y	
		0	1
x	0	0	1
	1	1	1

		y	
		0	1
x	0	0	1
	1	1	0

		y	
		0	1
x	0	0	1
	1	1	0

Figure 1. Truth tables

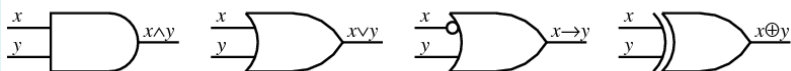


Figure 2. Logic gates

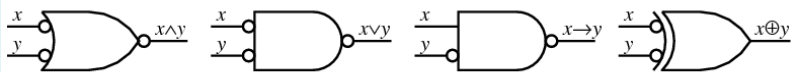


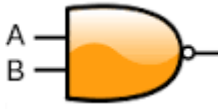
Figure 3. De Morgan equivalents



Figure 4. Venn diagrams



*A digitális elektronika alapjai:
További logikai műveletek*



Felhasznált anyagok

- M. Morris Mano and Michael D. Ciletti: [Digital Design - With an Introduction to the Verilog HDL, 5th. Edition](#)
- Végh János: [Ismerkedés a digitális elektronikával](#)
- Mészáros Miklós: [Logikai algebra alapjai, logikai függvények I.](#)
- BME FKE: [Logikai áramkörök](#)
- Logisim szimulátor: www.cburch.com/logisim/
- Falstad.com: [Circuit simulator](#)
- F-alpha.net: [Boolean Algebra](#)
- Neuproductions-be: [The Logic Lab](#)
- Breadboard.electronics-course.com: [SR-NAND](#)



További logikai műveletek

A kétváltozós logikai függvények igazságtáblázatát az eddig tárgyalt ÉS és VAGY logikai műveleten kívül másképpen (összesen 16-féleképpen) is kitölthetjük. Ezeket, vagy ezek némelyikét újabb logikai műveletnek is tekinthetjük.

Kétváltozós logikai függvények igazságtáblázatai

x	y	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	F_7	F_8	F_9	F_{10}	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	F_{15}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

Vegyük észre, hogy az F_i függvények sorszáma a megfelelő oszlop felülről lefelé bináris számként összeolvasott számértékének felel meg! Például: $F_5 = 0 1 0 1$, vagy $F_{13} = 1 1 0 1$.



További logikai műveletek

Boole függvény	Műveleti jel	Elnevezés	Megjegyzés
$F_0 = 0$		Zérus	konstans
$F_1 = xy$	$x \cdot y$	AND (ÉS)	x és y
$F_2 = xy'$	x/y	Inhibíció	x, de nem y
$F_3 = x$		Transzfer	x
$F_4 = x'y$	y/x	Inhibíció	y, de nem x
$F_5 = y$		Transzfer	y
$F_6 = xy' + x'y$	$x \oplus y$	XOR	x vagy y, de mindkettő nem
$F_7 = x + y$	$x + y$	OR (VAGY)	x vagy y
$F_8 = (x + y)'$	$x \downarrow y$	NOR	nem-VAGY
$F_9 = xy + x'y'$	$(x \oplus y)'$	Ekvivalencia (XNOR)	x egyenlő y-nal
$F_{10} = y'$	y'	Komplement	nem y
$F_{11} = x + y'$	$x \subset y$	Implikáció	ha y, akkor x
$F_{12} = x'$	x'	Komplement	nem x
$F_{13} = x' + y$	$x \supset y$	Implikáció	ha x, akkor y
$F_{14} = (xy)'$	$x \uparrow y$	NAND	nem-ÉS
$F_{15} = 1$		Egység	konstans

Az inhibíció és az implikáció nem kommutatív és nem asszociatív, nem érdemes használni.



Logikai kapuk

Az előző oldalakon felsorolt 16 függvény közül az alábbi nyolc használatos a digitális tervezés gyakorlatában.

AND		$F = x \cdot y$	x	y	F
			0	0	0
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	1

NAND		$F = (xy)'$	x	y	F
			0	0	1
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0

OR		$F = x + y$	x	y	F
			0	0	0
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	1

NOR		$F = (x + y)'$	x	y	F
			0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	0

Inverter		$F = x'$	x	F
			0	1
			1	0

XOR		$F = xy' + x'y$ $= x \oplus y$	x	y	F
			0	0	0
			0	1	1
			1	0	1
			1	1	0

Buffer		$F = x$	x	F
			0	0
			1	1

equivalence		$F = xy + x'y'$ $= (x \oplus y)'$	x	y	F
			0	0	1
			0	1	0
			1	0	0
			1	1	1

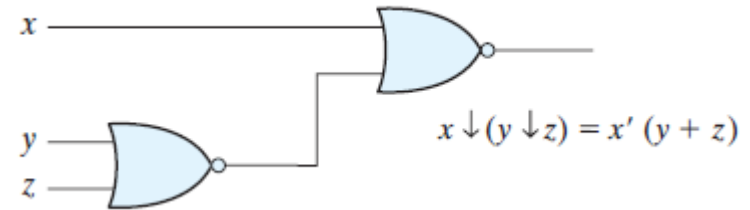
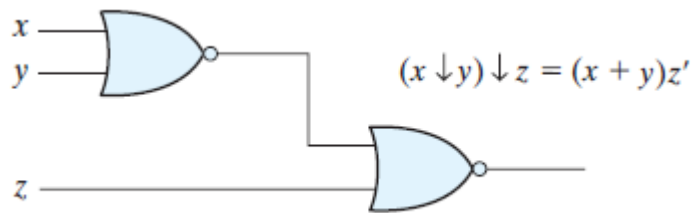


Több-bemenetű logikai kapuk

Az **AND (ÉS)** és **OR (VAGY)** műveletek asszociatív és kommutatív tulajdonságai miatt a kiterjesztés lehetősége magától értetődő. A **NOR** és **NAND** kapuknál, bár kommutatívak, gondot okoz, hogy nem asszociatívak. Például:

$$(x \downarrow y) \downarrow z = [(x + y)' + z]' = (x + y)z' = xz' + yz'$$

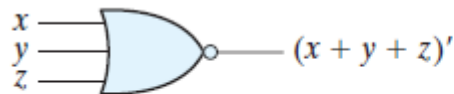
$$x \downarrow (y \downarrow z) = [x + (y + z)']' = x'(y + z) = x'y + x'z$$



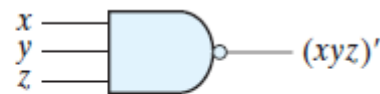
Ezen a nehézségen úgy lehetünk úrrá, ha a több-bemenetű **NOR** (illetve **NAND**) kapura úgy tekintünk, mint komplementált kimenetű, több-bemenetű **VAGY** (illetve **ÉS**) kapura.

$$x \downarrow y \downarrow z = (x + y + z)'$$

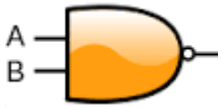
$$x \uparrow y \uparrow z = (xyz)'$$



(a) 3-input NOR gate



(b) 3-input NAND gate

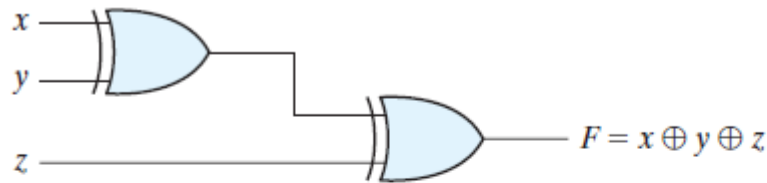


Több-bemenetű XOR kapu

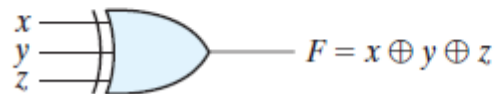
A **kizáró VAGY (XOR)** művelet kommutatív és asszociatív, így a több-bemenetű kiterjesztésének nincs elvi nehézsége. A gyakorlatban azonban nem terjedt el.

Azon ritka esetekben, amikor mégis szükség van rá, inkább az (a) ábrán látható módon, több kétbemenetű kapu összekapcsolásával valósítják meg.

Több változóra kiterjesztve a **XOR** művelet „páratlansági műveletként” értelmezhető: a kimenet '1', ha páratlan számú bemenet van '1' állapotban.



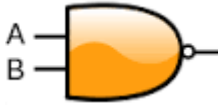
(a) Using 2-input gates



(b) 3-input gate

x	y	z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

(c) Truth table



Kísérletek CMOS áramkörökkel

Felhasznált anyag: **Boolean Logic**

27 Experiments - 31 Pictures - 34 Illustrations

Link:

en.f-alpha.net/electronics/digital-electronics/boolean-logic.html

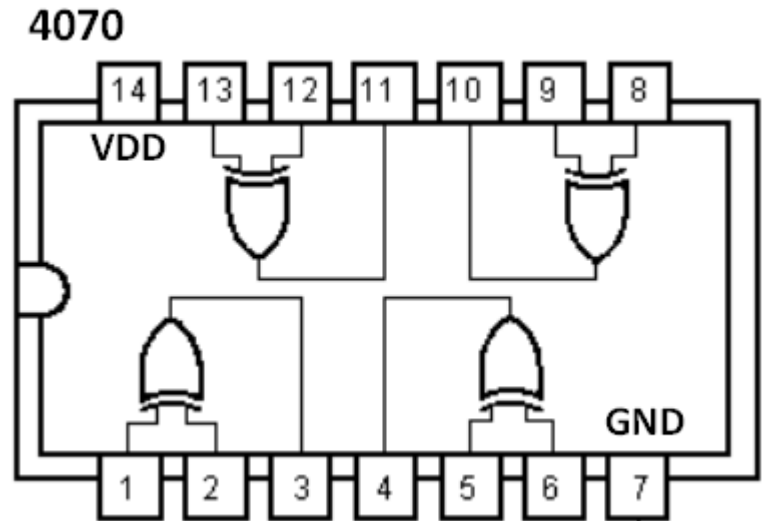
XOR kapu



XOR = kizáró-VAGY



A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

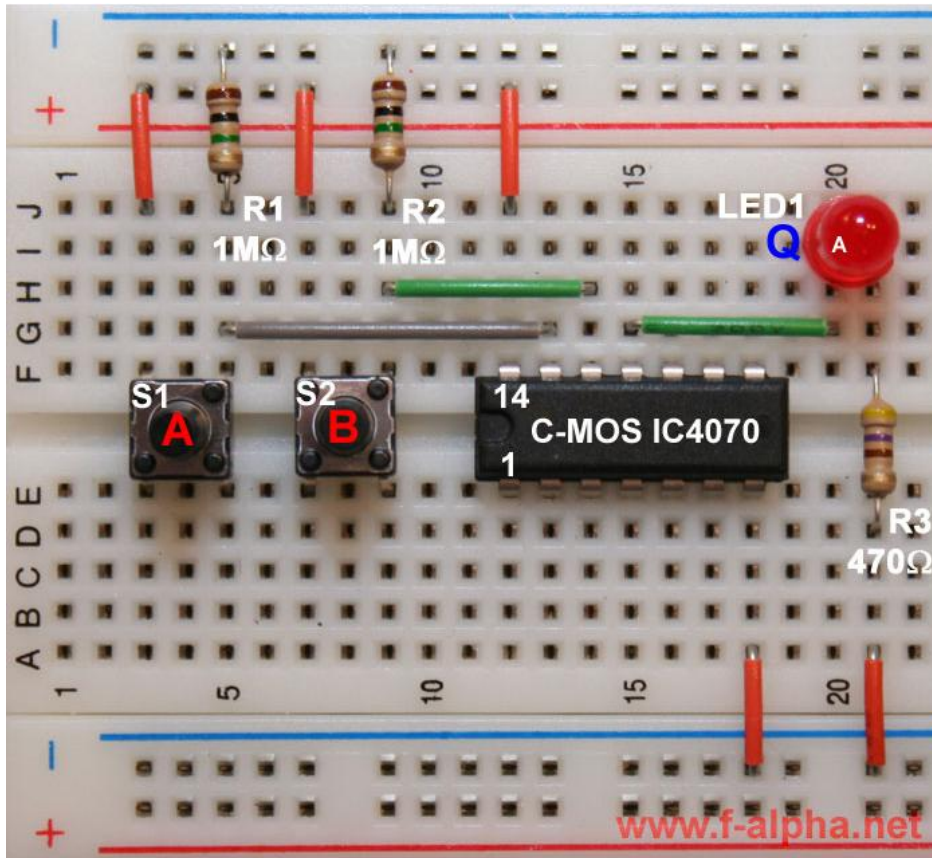


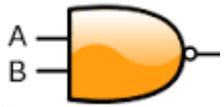
A LED akkor világít, ha a Q kimenet (itt a 11-es láb) jelszintje magas (Q = 1).

A nyomógombok elengedve alacsony, lenyomva magas szintet biztosítanak a megfelelő bemeneten (A: 13. láb, B 12. láb).

Ellenőrizzük az igazságtábla teljesülését!

Forrás: en.f-alpha.net





XOR kapu, mint inverter

Az **XOR** kapu kimenetén nincs invertálás, mégis felhasználhatjuk inverterként.

Az igazságtáblázatából kiolvashatjuk, hogy:

- ❖ Amikor a B bemenet nulla, az Y kimenet az A bemenettel megegyezik.
- ❖ Amikor a B bemenet '1', akkor az Y kimenet az A bemenettel ellentétes.

Az **XNOR** kapu esetében a B bemenet szerepe megfordul:

- ❖ Amikor a B bemenet nulla, az Y kimenet az A bemenettel ellentétes.
- ❖ Amikor a B bemenet '1', akkor az Y kimenet az A bemenettel megegyezik.

$Y = A \oplus B$ **XOR**



A	B	Y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

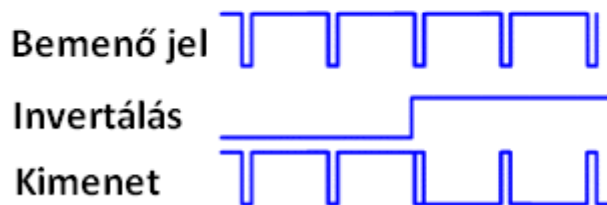


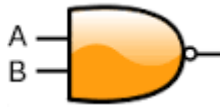
XNOR



$Y = A \oplus B$

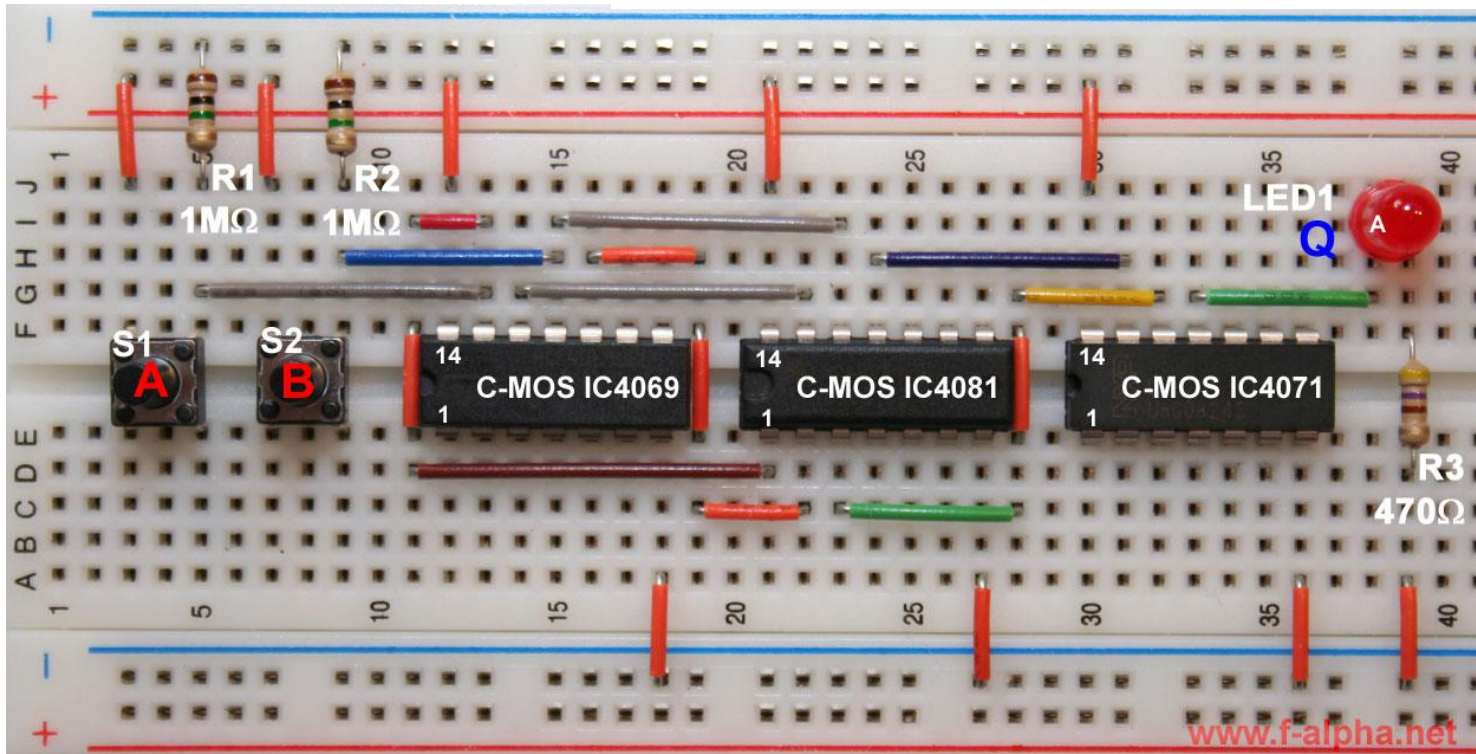
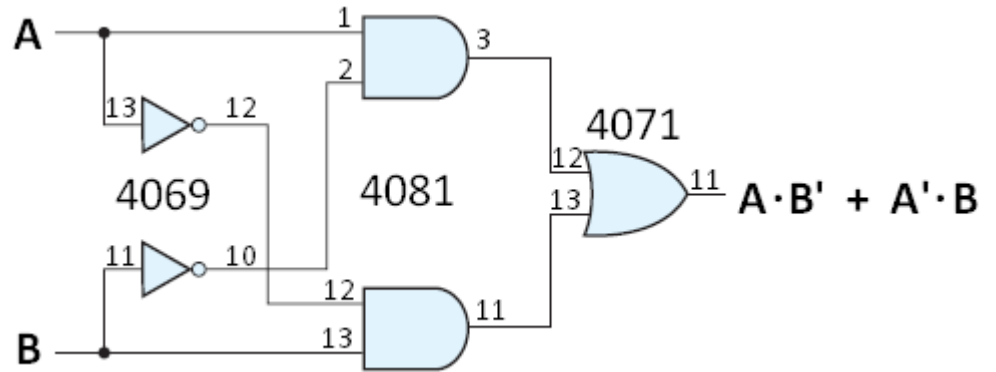
A	B	Y
0	0	1
1	0	0
0	1	0
1	1	1





XOR – más módon...

Építsük meg az alábbi kapcsolást, s igazoljuk, hogy az igazságtáblázata a XOR műveletnek felel meg!

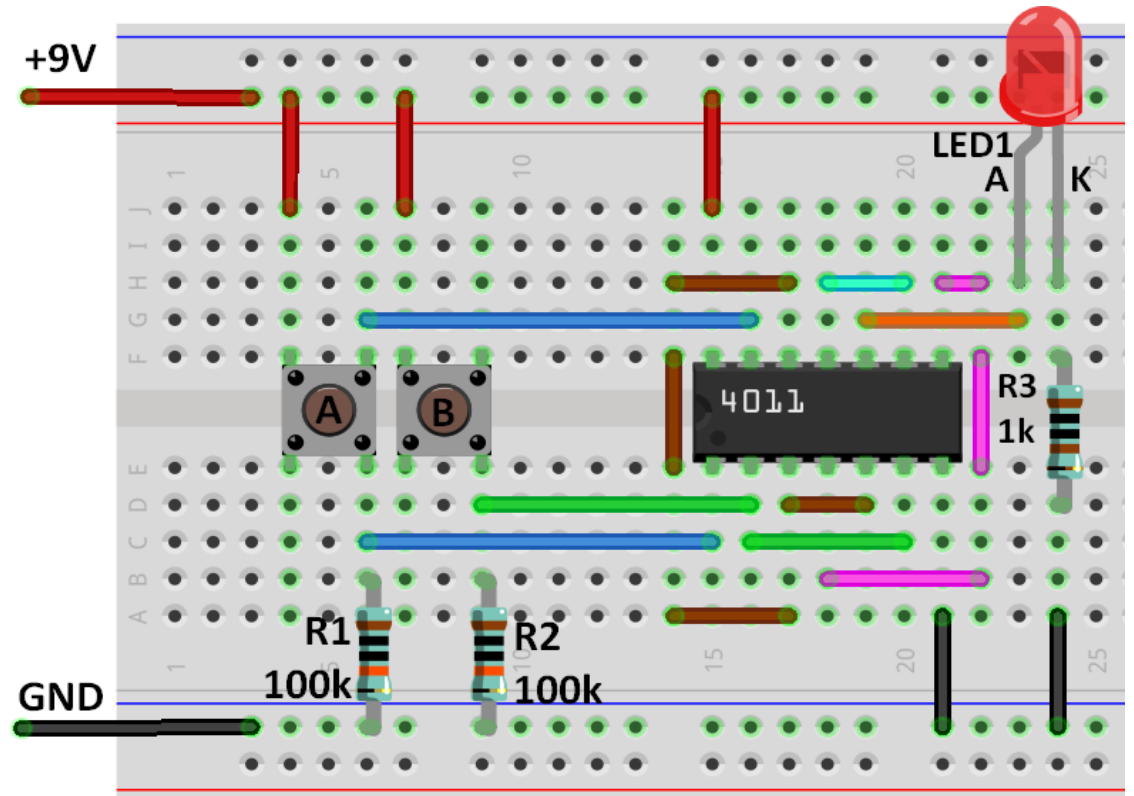
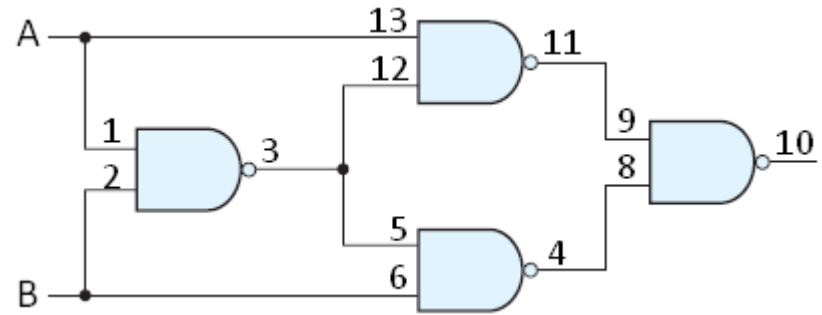


Forrás: en.f-alpha.net/electronics/digital-electronics/boolean-logic/lets-go/experiment-4-the-xor-gate/



XOR – NAND áramkörökből

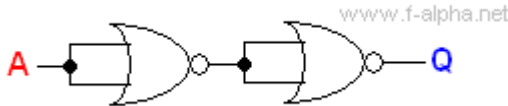
Építsük meg az alábbi kapcsolást, s igazoljuk, hogy az igazságtáblázata a XOR műveletnek felel meg!



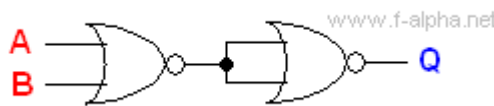


Mesterkedések NOR kapukkal

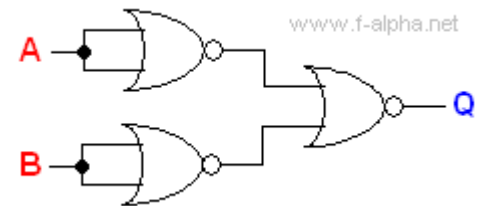
1. Buffer



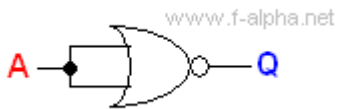
2. VAGY kapu



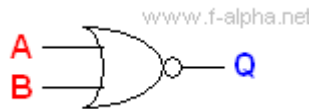
3. ÉS kapu



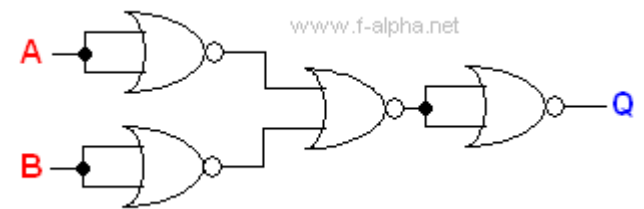
4. NEM kapu



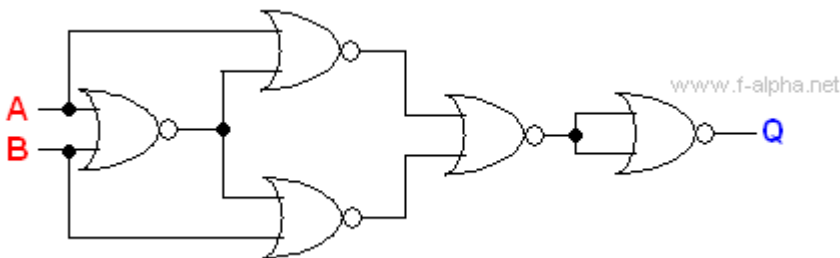
5. nem-VAGY kapu (NOR)



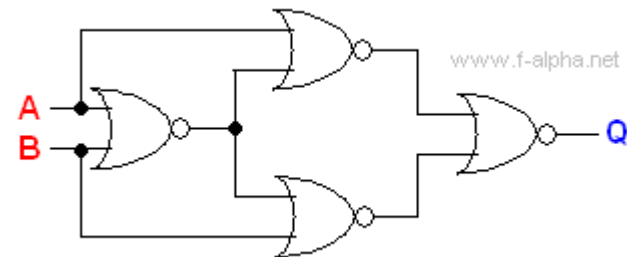
6. nem-ÉS kapu (NAND)



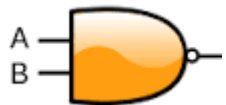
7. XOR (kizáró VAGY) kapu



8. XNOR (nem-XOR) kapu

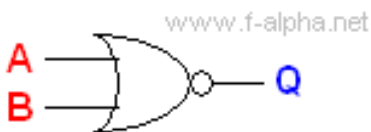


Ezek közül néhányat (a megjelölteket) nézzük meg részletesebben is!



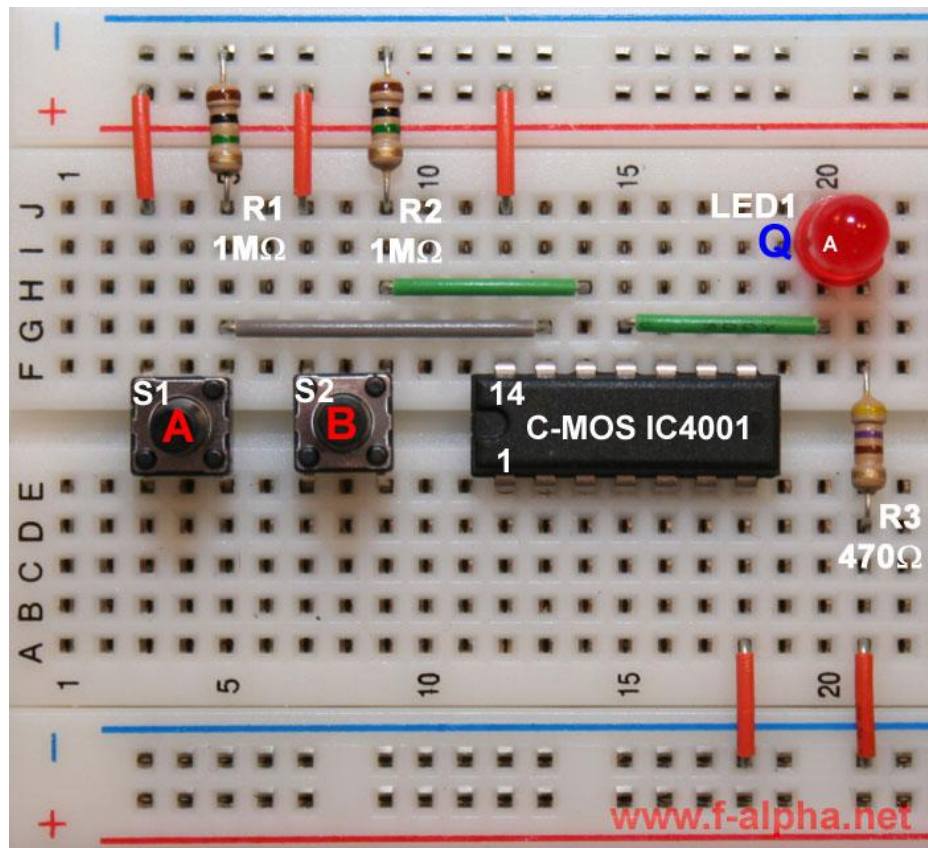
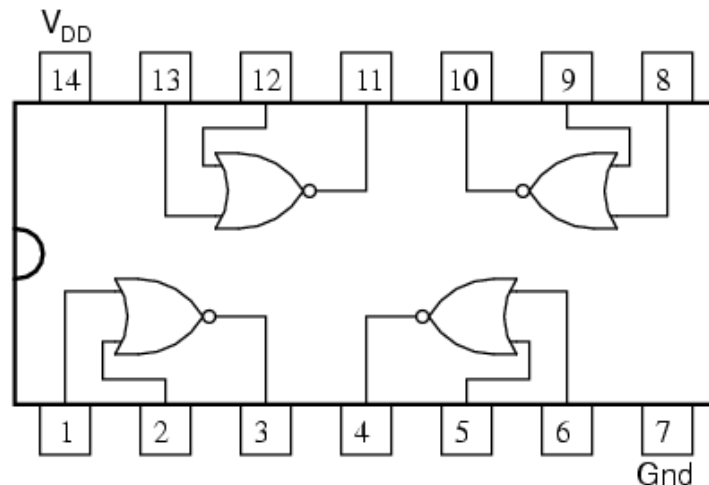
NOR kapu

NOR = nem-VAGY
(ellentettje a VAGY-nak)



A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

4001 Quad 2-Input NOR Gate



A LED akkor világít, ha a Q kimenet (itt a 11-es láb) jelszintje magas (Q = 1).

A nyomógombok elengedve alacsony, lenyomva magas szintet biztosítanak a megfelelő bemeneten (A: 13. láb, B 12. láb).

Ellenőrizzük az igazságtábla teljesülését!

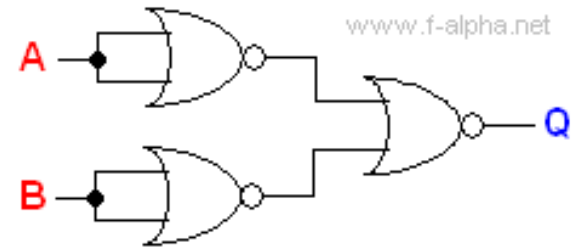
Forrás: en.f-alpha.net



ÉS kapu építése NOR kapukból

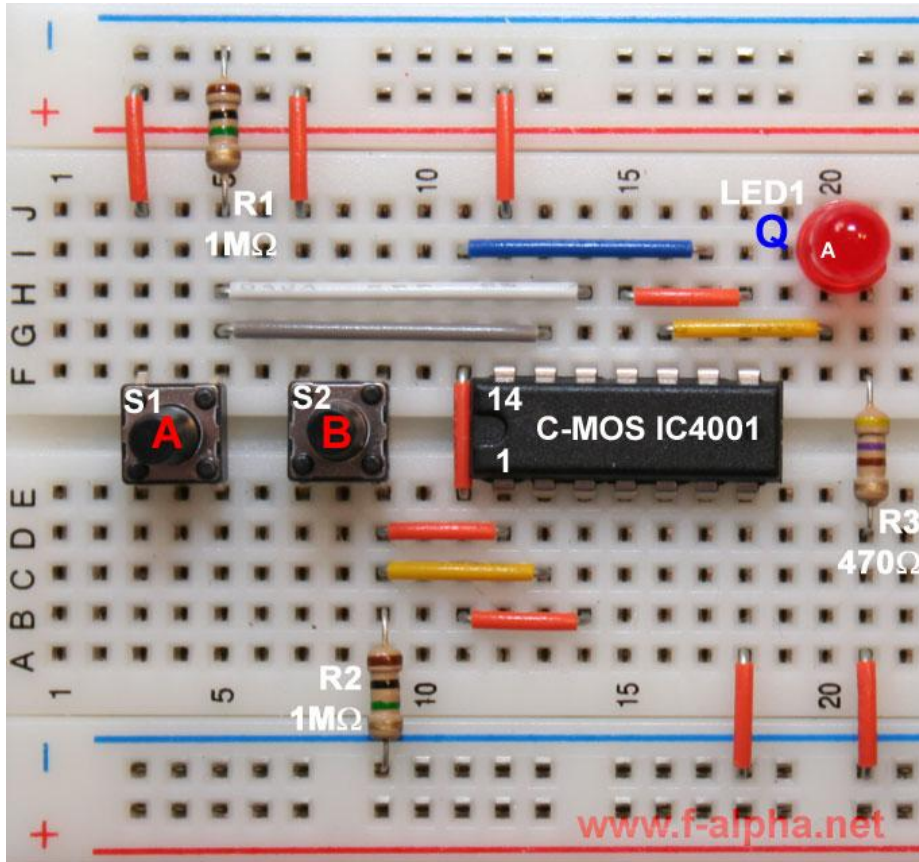
Építsünk ÉS kaput NOR (nem-VAGY) kapukból, és ellenőrizzük a működést!

A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

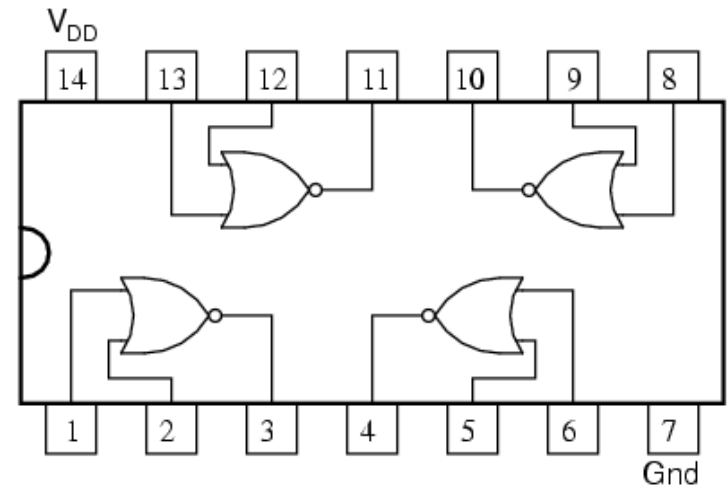


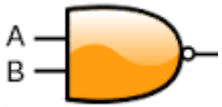
$$A \cdot B = (A' + B')'$$

(De Morgan szabály)



4001 Quad 2-Input NOR Gate

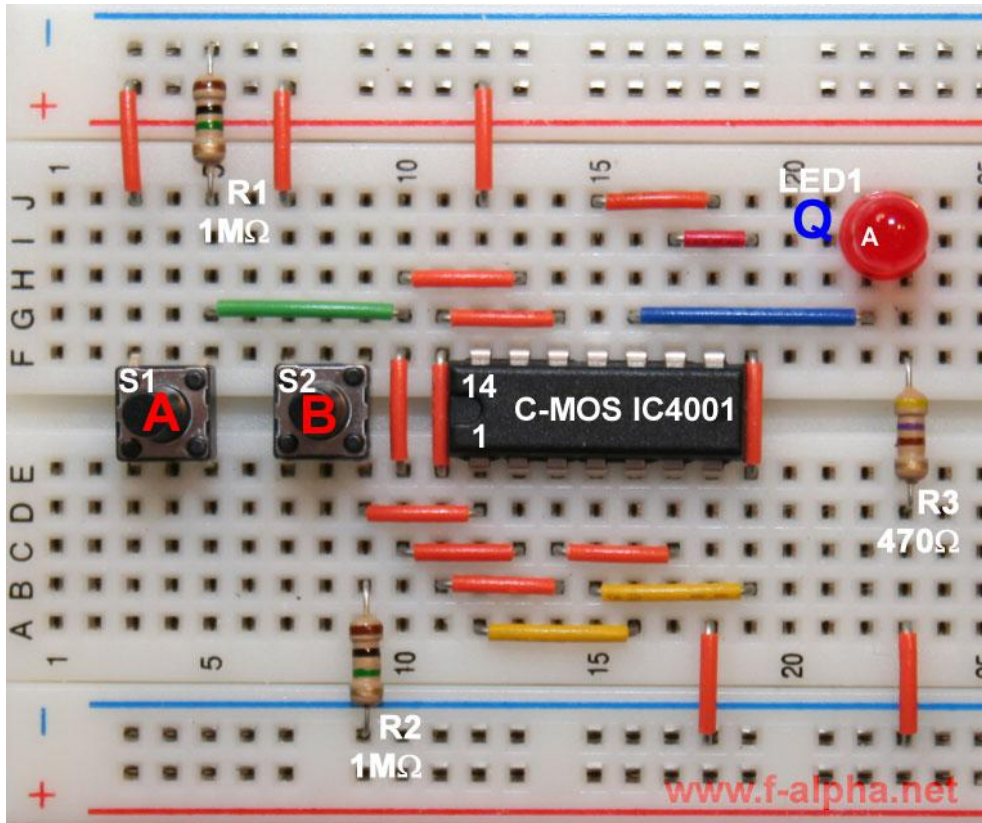
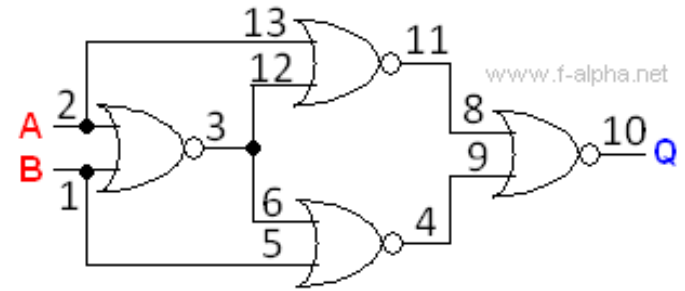
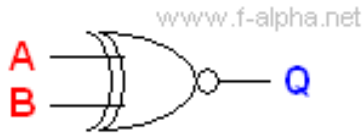




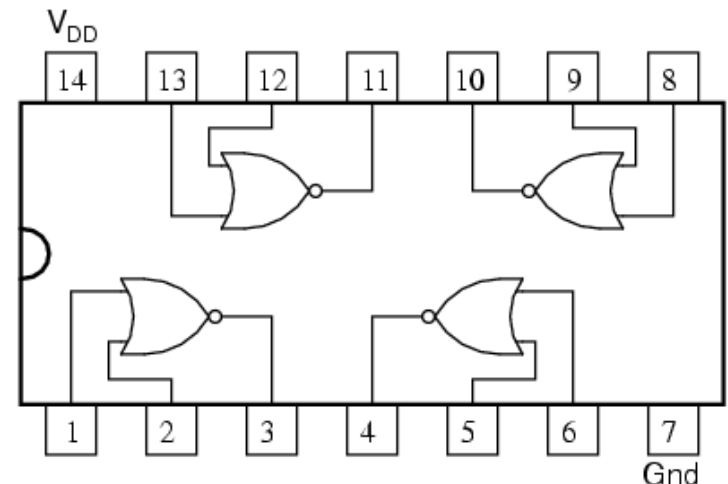
XNOR kapu építése NOR kapukból

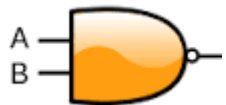
XNOR = nem-XOR
(ellentettje az XOR-nak)

A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



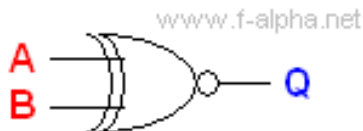
4001 Quad 2-Input NOR Gate



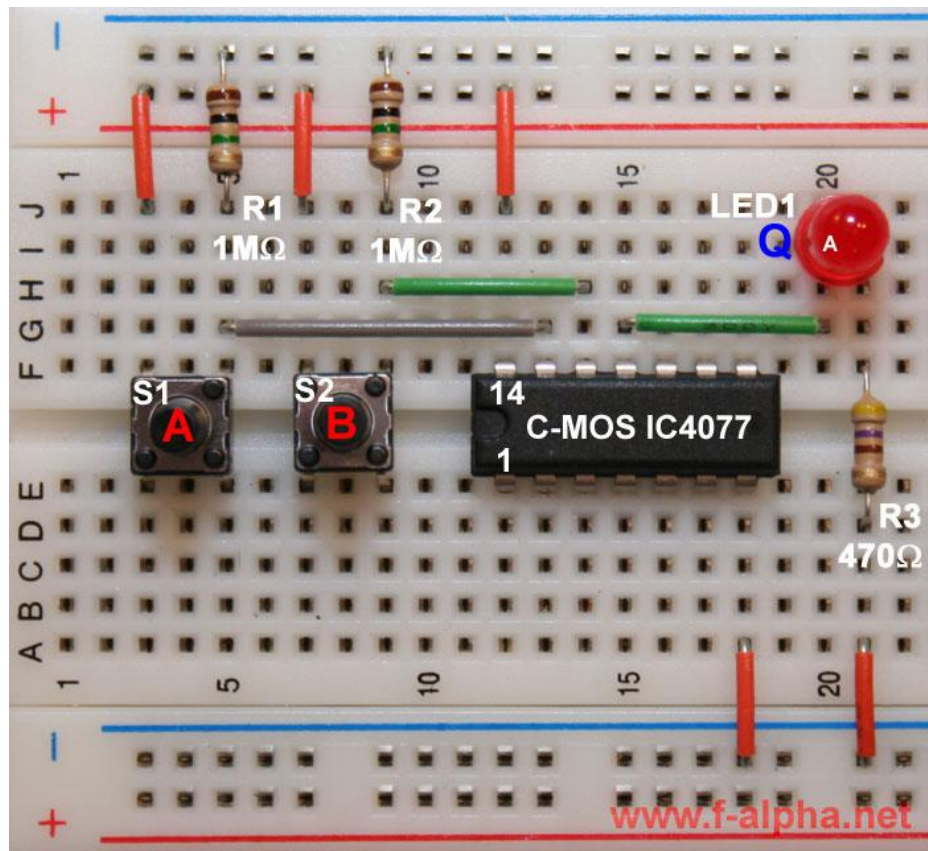
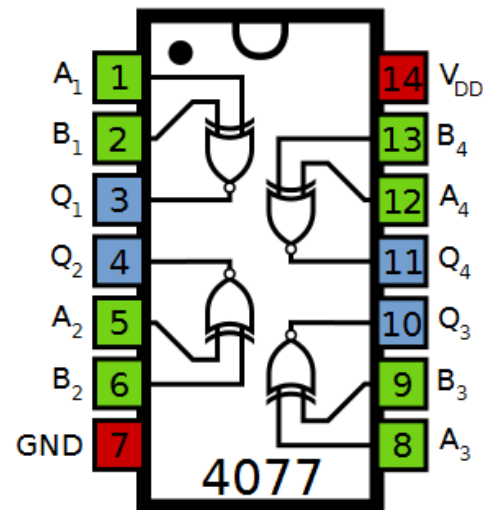


XNOR kapu

XNOR = nem-XOR
(ellentettje az XOR-nak)



A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

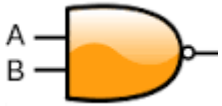


A LED akkor világít, ha a Q kimenet (itt a 11-es láb) jelszintje magas (Q = 1).

A nyomógombok elengedve alacsony, lenyomva magas szintet biztosítanak a megfelelő bemeneten (A: 13. láb, B 12. láb).

Ellenőrizzük az igazságtábla teljesülését!

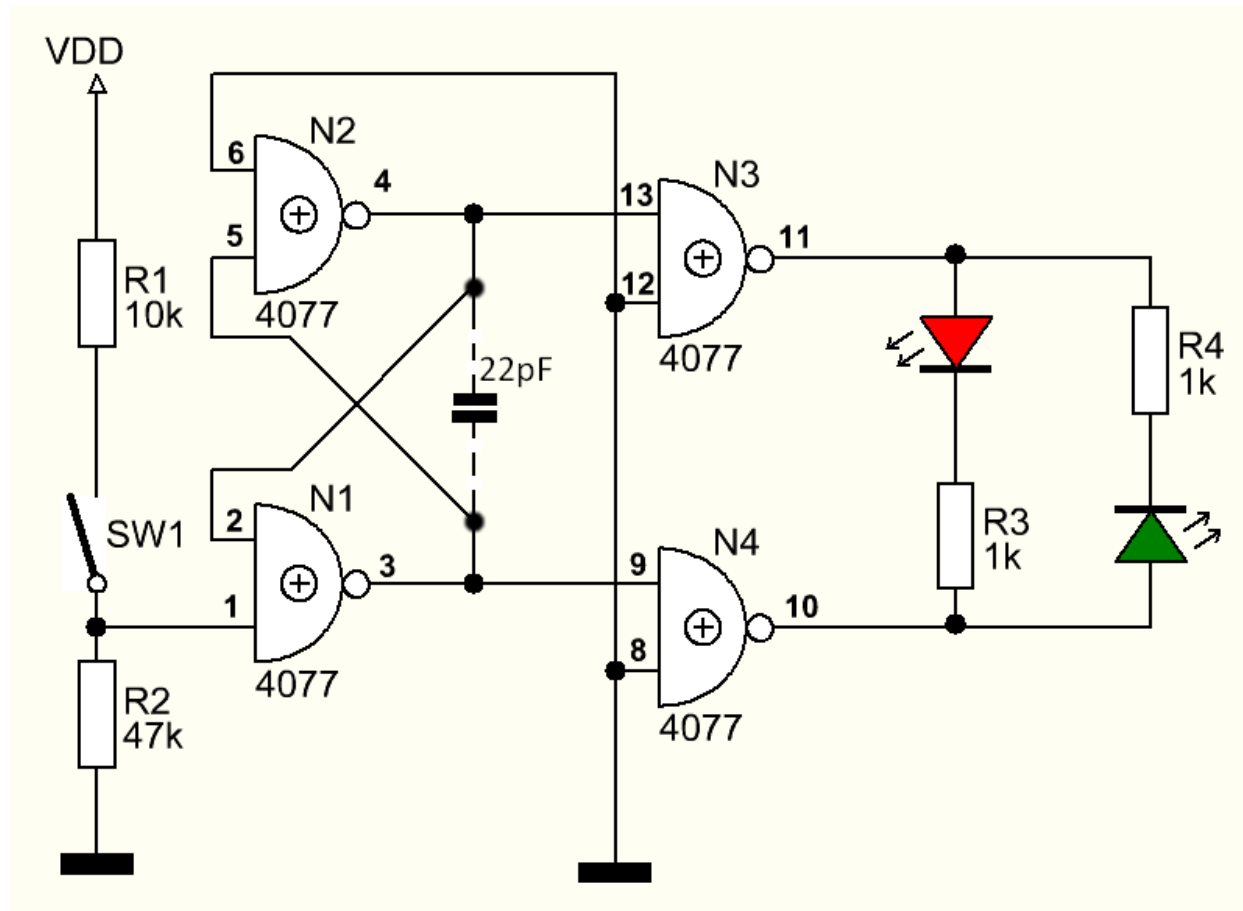
Forrás: en.f-alpha.net

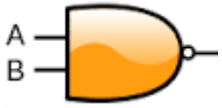


XNOR alkalmazás

Az alábbi kapcsolással pénzfeldobást („fej, vagy írás”) lehet szimulálni. A nyomógomb lenyomva tartása alatt az N1, N2 kapukból álló tároló 5-10 MHz frekvenciával berezeg. A nyomógomb elengedésekor valamelyik állapot rögzül.

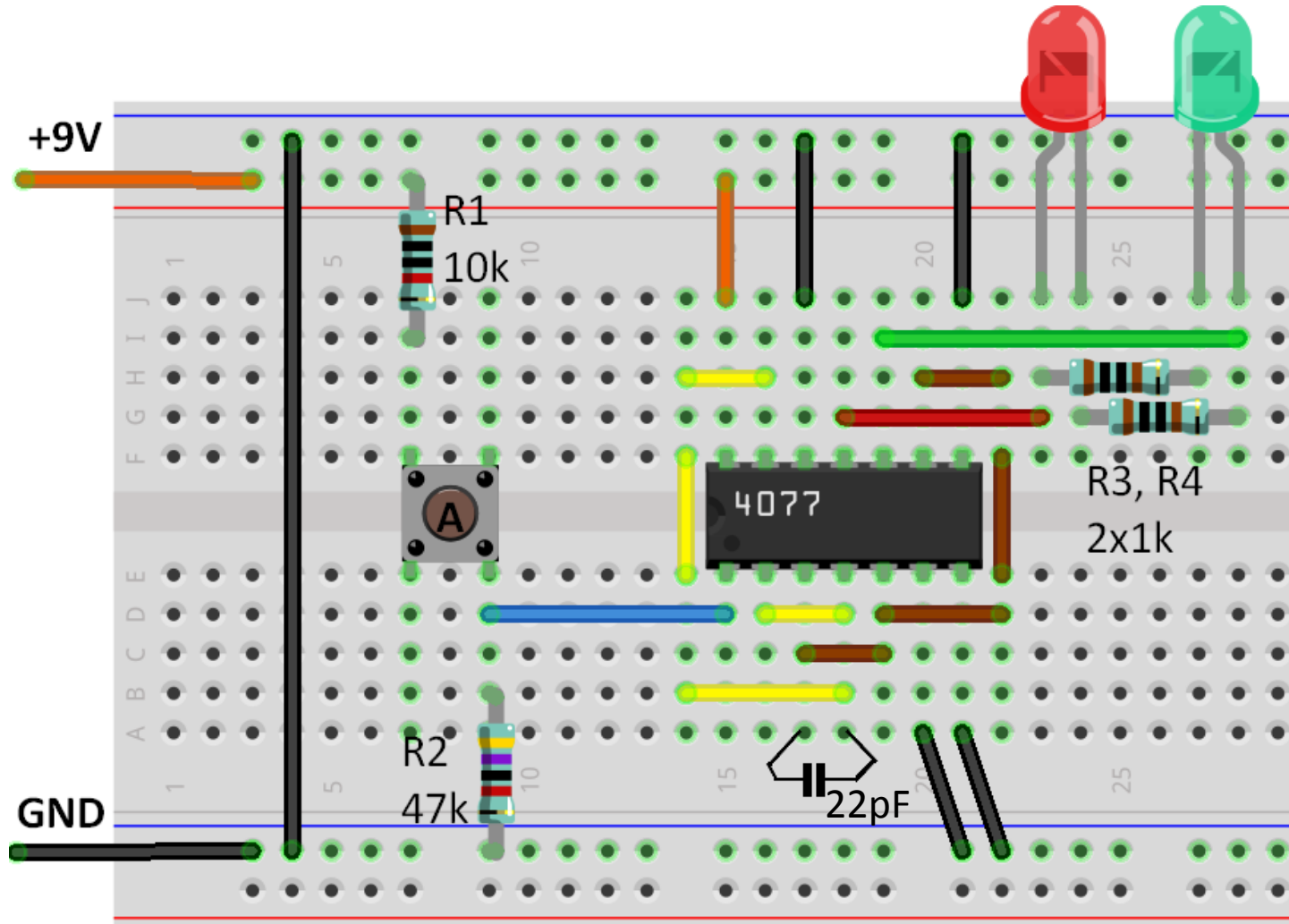
Megjegyzés: A berezgés elősegítésére berakhatunk egy 22 pF-os kondenzátort az ábra szerint.

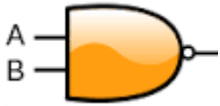




XOR alkalmazás megépítése

Egy lehetséges elrendezést mutatunk be az alábbi ábrán.





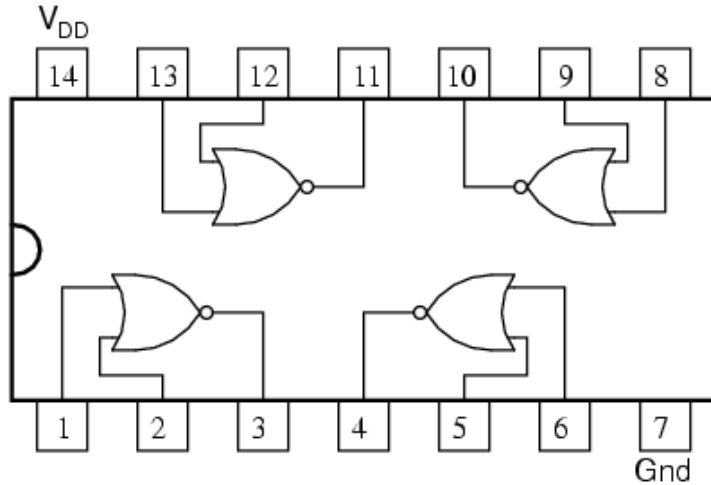
A 4000-es sorozat tipikus tagjai

- 4001 CMOS Quad 2-Input NOR Gate
- 4011 CMOS Quad 2-Input NAND Gate
- 4013 CMOS Dual D-Type Flip Flop
- 4017 CMOS Decade Counter with 10 Decoded Outputs
- 4021 CMOS 8-Stage Static Shift Register
- 4022 CMOS Octal Counter with 8 Decoded Outputs
- 4023 CMOS Triple 3-Input NAND Gate
- 4025 CMOS Triple 3-Input NOR Gate
- 4026 CMOS Decade Counter/Divider with Decoded 7-Segment Display Outputs and Display Enable
- 4027 CMOS Dual J-K Master-Slave Flip-Flop
- 4028 CMOS BCD-to-Decimal or Binary-to-Octal Decoders/Drivers
- 4043 CMOS Quad NOR R/S Latch with 3-State Outputs
- 4046 CMOS Micropower Phase-Locked Loop
- 4049 CMOS Hex Inverting Buffer/Converter
- 4050 CMOS Hex Non-Inverting Buffer/Converter
- 4051 CMOS Single 8-Channel Analog Multiplexer/Demultiplexer with Logic-Level Conversion
- 4052 CMOS Differential 4-Channel Analog Multiplexer/Demultiplexer with Logic-Level Conversion
- 4053 CMOS Triple 2-Channel Analog Multiplexer/Demultiplexer with Logic-Level Conversion
- 4060 CMOS 14-Stage Ripple-Carry Binary Counter/Divider and Oscillator
- 4066 CMOS Quad Bilateral Switch
- 4069 CMOS Hex Inverter
- 4070 CMOS Quad Exclusive-OR Gate
- 4071 CMOS Quad 2-Input OR Gate
- 4072 CMOS Dual 4-Input OR Gate
- 4073 CMOS Triple 3-Input AND Gate
- 4075 CMOS Triple 3-Input OR Gate
- 4081 CMOS Quad 2-Input AND Gate
- 4082 CMOS Dual 4-Input AND Gate
- 4093 CMOS Quad 2-Input NAND Schmitt Triggers
- 4094 CMOS 8-Stage Shift-and-Store Bus Register

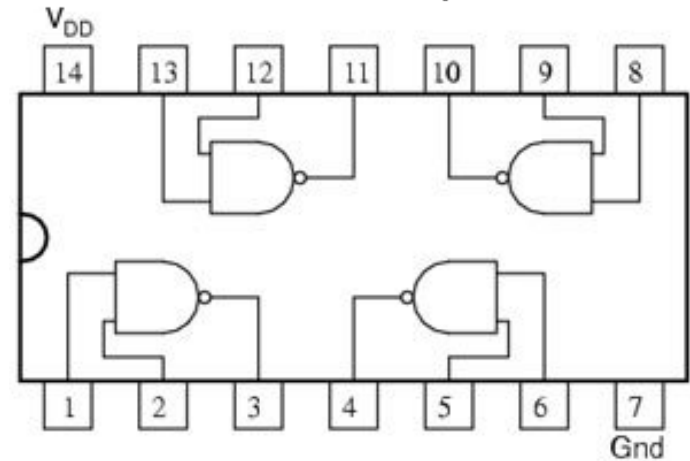


A 4000-es sorozat tipikus tagjai

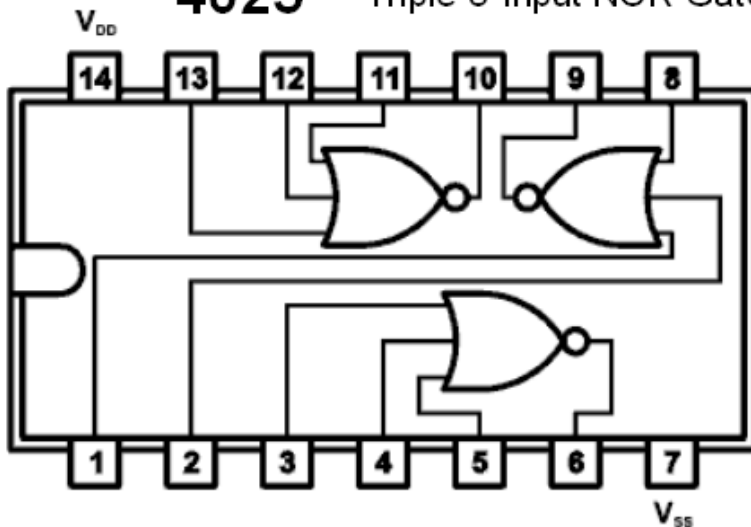
4001 Quad 2-Input NOR Gate



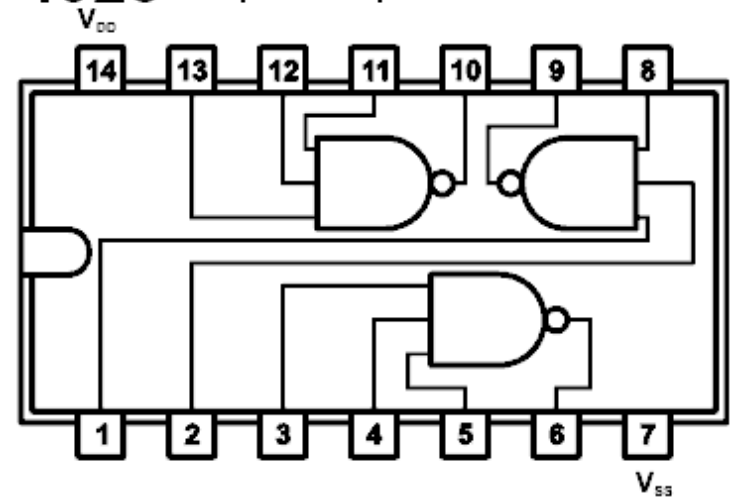
4011 Quad 2-input NAND

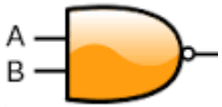


4025 Triple 3-Input NOR Gate



4023 Triple 3-Input NAND Gate

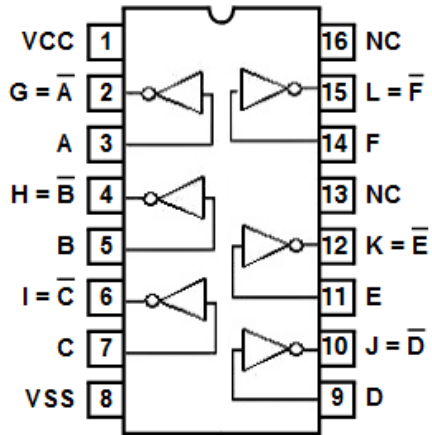




A 4000-es sorozat tipikus tagjai

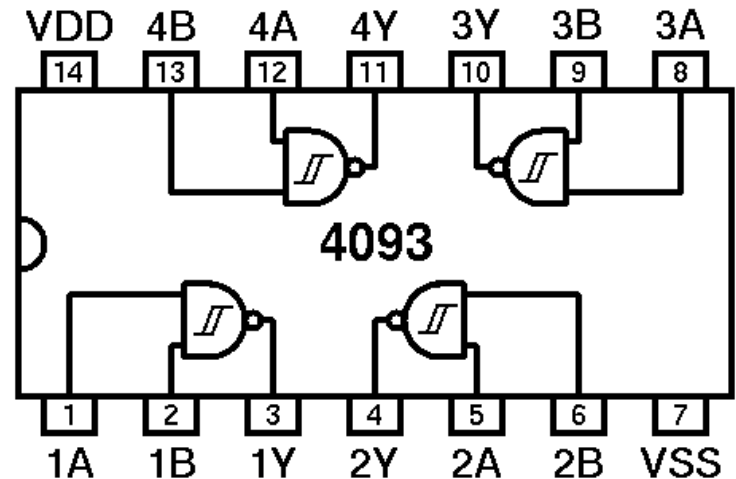
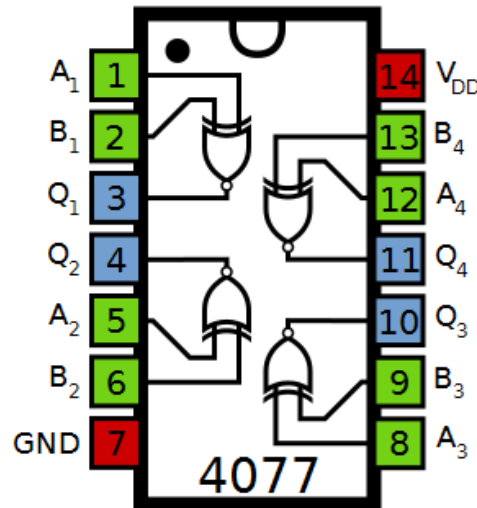
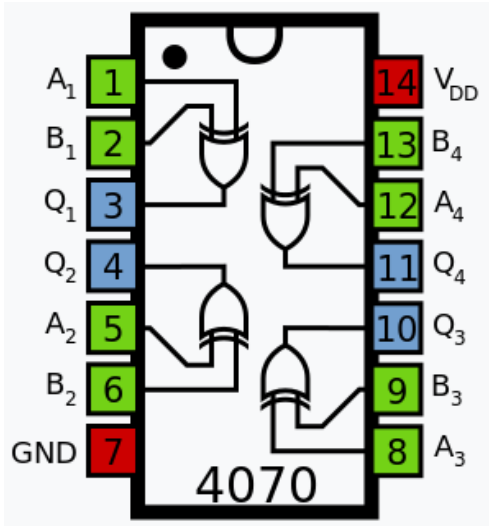
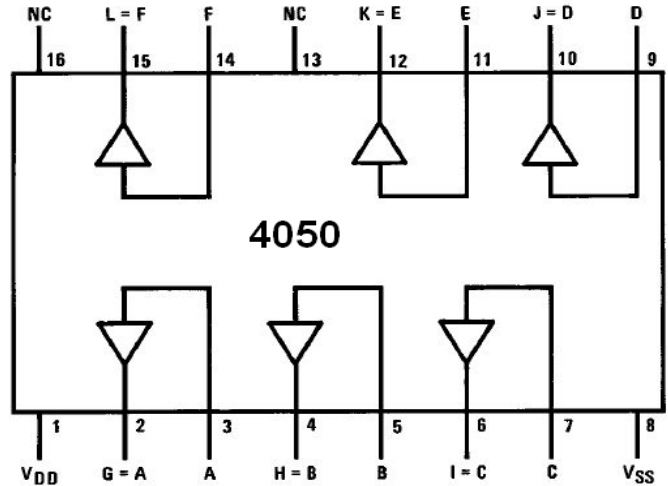
4049

Hex Inverting Buffer/Converter



4050

Hex Non-Inverting Buffer/Converter





A 4000-es sorozat tipikus tagjai

